

Baccalauréat Mathématiques–informatique

Antilles - Guyane septembre 2009

EXERCICE 1

10 points

On étudie l'évolution de la température « moyenne » en France métropolitaine depuis 1900.

Pour une année donnée, la température « moyenne » est la moyenne des températures maximales et minimales, relevées dans 22 stations du territoire et sur toute l'année.

La température « normale » est une moyenne calculée sur une longue période de référence.

Les températures sont données par leur écart par rapport à la température « normale ».

Par exemple, un écart égal à $-0,5^{\circ}\text{C}$ signifie que la température « moyenne » relevée est inférieure de $0,5^{\circ}\text{C}$ à la température normale.

Par exemple, un écart égal à $0,8^{\circ}\text{C}$ signifie que la température « moyenne » relevée est supérieure de $0,8^{\circ}\text{C}$ à la température « normale ».

Le tableau suivant recueille les données de la période 1987-2007 (d'après Météo-France) :

Année	Écart à la normale en $^{\circ}\text{C}$	Année	Écart à la normale en $^{\circ}\text{C}$	Année	Écart à la normale en $^{\circ}\text{C}$
1987	-0,5	1994	1,2	2001	0,6
1988	0,3	1995	0,7	2002	1,0
1989	0,8	1996	-0,3	2003	1,3
1990	0,9	1997	1,0	2004	0,5
1991	-0,1	1998	0,4	2005	0,5
1992	0,2	1999	0,9	2006	1,1
1993	-0,1	2000	1,0	2007	0,8

- Déterminer la moyenne (arrondie à $0,1^{\circ}\text{C}$) de la série statistique des écarts à la « normale ». Sachant que la température « normale » est $11,7^{\circ}\text{C}$, quelle a été la température « moyenne » (arrondie à $0,1^{\circ}\text{C}$) en France métropolitaine au cours de la période 1987-2007 ?
- Compléter le tableau de l'annexe.
- Déterminer, en justifiant, la médiane et les quartiles de la série statistique des écarts à la normale. Tracer le diagramme en boîtes de la série statistique dans le repère de l'annexe.
- Dans le même repère, on a tracé le diagramme en boîtes de la série statistique correspondant à la période 1900-1986. Justifier les affirmations suivantes :
 - Depuis 1987, plus de 50 % des années ont été plus chaudes que l'année la plus chaude de la période 1900-1986.
 - Au moins 50 % des années de la période 1900-1986 ont été plus froides ou aussi froides que l'année la plus froide de la période 1987-2007.

EXERCICE 2

10 points

En juin 2009, un automobiliste souhaite acheter un véhicule neuf. Pour cela, il décide de contracter un emprunt de 9 200 euros auprès de sa banque.

La banque lui envoie une proposition de prêt d'une durée de 24 mois au taux mensuel de 0,5 %.

Il reçoit le tableau d'amortissement suivant, c'est-à-dire le tableau indiquant le montant des mensualités que devra verser l'emprunteur ainsi que le détail des intérêts, du capital remboursé et du capital restant dû.

	A	B	C	D	E	F
1		Taux d'intérêt mensuel		0,5 %		
2	Échéance n°	Date	Mensualité	Dont intérêts	Dont capital remboursé	Capital restant dû
3						9 200,00 €
4	1	01/07/09	407,75 €	46,00 €	361,75 €	8 838,25 €
5	2	01/08/09	407,75 €	44,19 €	363,56 €	8 474,69 €
6	3	01/09/09	407,75 €	42,37 €	365,38 €	8 109,31 €
7	4	01/10/09	407,75 €	40,55 €	367,20 €	7 742,11 €
8	5	01/11/09	407,75 €	38,71 €	369,04 €	7 373,07 €
9	6	01/12/09	407,75 €	36,87 €	370,88 €	7 002,19 €
10	7	01/01/10	407,75 €	35,01 €	372,74 €	6 629,45 €
11	8	01/02/10	407,75 €	33,15 €	374,60 €	6 254,85 €
12	9	01/03/10	407,75 €	31,27 €	376,48 €	5 878,37 €
13	10	01/04/10	407,75 €	29,39 €	378,36 €	5 500,01 €
14	11	01/05/10	407,75 €		380,25 €	5 119,76 €
15	12	01/06/10	407,75 €	25,60 €	382,15 €	4 737,61 €
16	13	01/07/10	407,75 €	23,69 €	384,06 €	4 353,55 €
17	14	01/08/10	407,75 €	21,77 €	385,98 €	3 967,57 €
18	15	01/09/10	407,75 €	19,84 €	387,91 €	3 579,66 €
19	16	01/10/10	407,75 €	17,90 €	389,85 €	3 189,81 €
20	17	01/11/10	407,75 €	15,95 €	391,80 €	2 798,01 €
21	18	01/12/10	407,75 €	13,99 €	393,76 €	2 404,25 €
22	19	01/01/11	407,75 €	12,02 €	395,73 €	2 008,52 €
23	20	01/02/11	407,75 €	10,04 €	397,71 €	1 610,81 €
24	21	01/03/11	407,75 €	8,05 €	399,70 €	1 211,11 €
25	22	01/04/11	407,75 €	6,06 €	401,69 €	809,42 €
26	23	01/05/11	407,75 €	4,05 €	403,70 €	405,72 €
27	24	01/06/11	407,75 €	2,03 €	405,72 €	0,00 €
28		Total	9 786,00 €	586,00 €	9 200,00 €	

Attention : le contenu de la cellule D14 a été volontairement caché.

Exemple de lecture (**ligne n° 7**) :

La 4^e mensualité sera payable le 01/10/09. Son montant sera de 407,75 €, dont

- 40,55 € d'intérêts,
- 367,20 € de remboursement du capital emprunté.

Avant le paiement de cette mensualité, le capital restant dû était de 8 109,31 €.

Après le paiement de cette mensualité, le capital restant dû sera de 7 742,11 €.

Partie A

1. Les intérêts de chaque mois représentent 0,5 % du capital restant dû le mois précédent.
On a placé ce taux d'intérêt mensuel dans la cellule D1, au format pourcentage.
Pour calculer les intérêts, on a saisi dans la cellule D4 la formule $=D\$1*F3$ que l'on a recopiée vers le bas jusqu'à la cellule D27.
 - a. Quelle formule contient la cellule D14 ?
 - b. Quelle valeur (arrondie au centime) contient la cellule D14 ?
2. Pour chaque mois, le capital remboursé est calculé à partir du montant de la mensualité et des intérêts. Quelle formule, faisant intervenir C4 et D4, a-t-on saisie dans la cellule E4 et recopiée vers le bas jusqu'à la cellule E27 ?
3. Pour chaque mois, le capital restant dû est calculé à partir du capital restant dû le mois précédent et du montant du capital remboursé. La cellule F3 contient le montant initial du prêt. Quelle formule parmi les quatre suivantes a-t-on saisie dans la cellule F4 et recopiée vers le bas jusqu'à la cellule F27 ?

=F3-C4	=F\$3-C4	=F3-E4	=F\$3-E4
--------	----------	--------	----------

4. Quelle formule, saisie dans la cellule C28 et recopiée vers la droite jusqu'à la cellule E28 permet de calculer les totaux par colonne ?
5. À quel pourcentage du capital emprunté (arrondi à 0,1 %), le total des intérêts payés correspond-il ?

Partie B

Après un examen attentif du tableau d'amortissement, l'automobiliste émet l'hypothèse que les valeurs de la colonne E (que l'on appellera dans la suite « capital remboursé ») ont une croissance exponentielle. Pour tout entier n entre 1 et 24, on note u_n le capital remboursé lors de l'échéance n .

On a donc $u_1 = 361,75$.

On suppose que chaque mois, le montant du capital remboursé augmente de 0,5 %

1. Montrer que $u_{n+1} = 1,005 \times u_n$ pour tout entier n entre 1 et 23.
2.
 - a. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
 - b. En déduire l'expression de u_n en fonction de n .
3. Retrouver par le calcul, la valeur u_{18} (arrondie au centime).

Annexe
(à rendre avec la copie)

Période 1987-2007 - Tableau d'effectifs

Température moyenne (écart à la « normale » en °C)	-0,5	-0,3	-0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3
Nombre d'années (période 1987-2007)															
Effectifs cumulés croissants															

Écart à la normale - Diagramme en boîtes

